

2022年度
立教大学大学院人工知能科学研究科博士課程前期課程 入学試験

筆記試験問題
試験時間 120分

注意

- 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
- この問題冊子は7ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。問題番号は1～5となっています。
- 配られた全ての解答用紙に**氏名**を記入してください。
- 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入してください。
- 質問がある場合は挙手して試験監督者に伝えてください。
- この問題冊子は持ち帰ってください。

1.

下に示す (1) から (10) の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の欄に日本語で記せ。解答に至った過程も簡潔に記すこと。

(1) 4^5 を計算せよ。

(2) 4^{15} の桁数を求めよ。

(3) 4^{15} の最高位の数字を求めよ。ただし $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(4) 川流れ小学校カッパ組では、算数の成績が不可でなかった学生が 30 名いた。ご褒美として、成績が優の学生に 3 本、良の学生に 2 本、可の学生に $\frac{1}{2}$ 本のキュウリを与えた。すると、合計 30 本のキュウリを与えることになった。成績が優、良、可の学生は、それぞれ何人ずついたか。すべての可能性を答えよ。ただし、優、良、可のそれぞれについて、その成績を獲った学生が 0 人である場合も含めて考えること。

(5) ある数が与えられたとき、元の数と足した場合に桁上がりが発生する数のうち「最小」の数のことを補数という。また、 n 進法を記数法として使って桁上りを考えることによって定義される補数を、 n の補数という。このとき、10 進数 387 の 8 の補数を求めよ。

(6) 8 ビットで数を考えるとき 2 の補数表現をとることがある。先頭ビットを符号ビットとし、0 のときには正の数、1 のときには負の数と考える。2 の補数表現された 2 進数 11111101 を 10 進数に変換せよ。

(7) Find all possible remainders when the square of an integer is divided by 4.

(8) Find all possible pairs of integers, a and b , that satisfy both $a^2 + b^2 = 520$ and $a \geq b > 0$.

(9) Five people (A, B, C, D and E) sit around a table. A sits next to neither C nor E. B sits next to neither D nor E. Who are the two persons sitting next to E?

(10) Consider the set \mathbb{N} of natural numbers, \mathbb{Z} of integers, \mathbb{R} of real numbers, and \mathbb{C} of complex numbers. Which of the following statements are true? Note that st is the product of s and t .

1. If $s, t \in \mathbb{C}$, then $st \in \mathbb{R}$
2. If $s, t \in \mathbb{Z}$, then $st \in \mathbb{C}$
3. If $s, t \in \mathbb{Z}$, then $st \in \mathbb{N}$
4. If $s, t \in \mathbb{R}$, then $st \in \mathbb{C}$
5. If $s, t \in \mathbb{Z}$, then $st \in \mathbb{R}$

2.

下に示す (1) から (5) の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の欄に日本語で記せ。解答に至った過程も簡潔に記すこと。

(1) x の関数 $f(x) = (x+1)^2$ のグラフ上の点 $(a_n, f(a_n))$ における接線が、直線 $y = 0$ と点 $(a_{n+1}, 0)$ で交わるとする。このとき、 a_{n+1} を a_n の式で表せ。ただし、 $a_n \neq -1$ とする。

(2) 上の (1) で求めた接線と、直線 $y = 0$ と、 $f(x) = (x+1)^2$ のグラフとで囲まれた領域の面積を、 a_n の式で表せ。ただし、 $a_n > -1$ とする。

(3) 上の (1) において a_{n+1} を a_n の式で表したが、この式を漸化式とみなして、数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) の一般項を求めよ。ただし、 $a_1 = 1$ とする。

(4) x の関数 $f(x) = -\frac{1}{x}$ を考える。任意の正の実数 a, b について $f(\frac{a+b}{2}) \geq \frac{f(a)+f(b)}{2}$ が成り立つことを証明せよ。

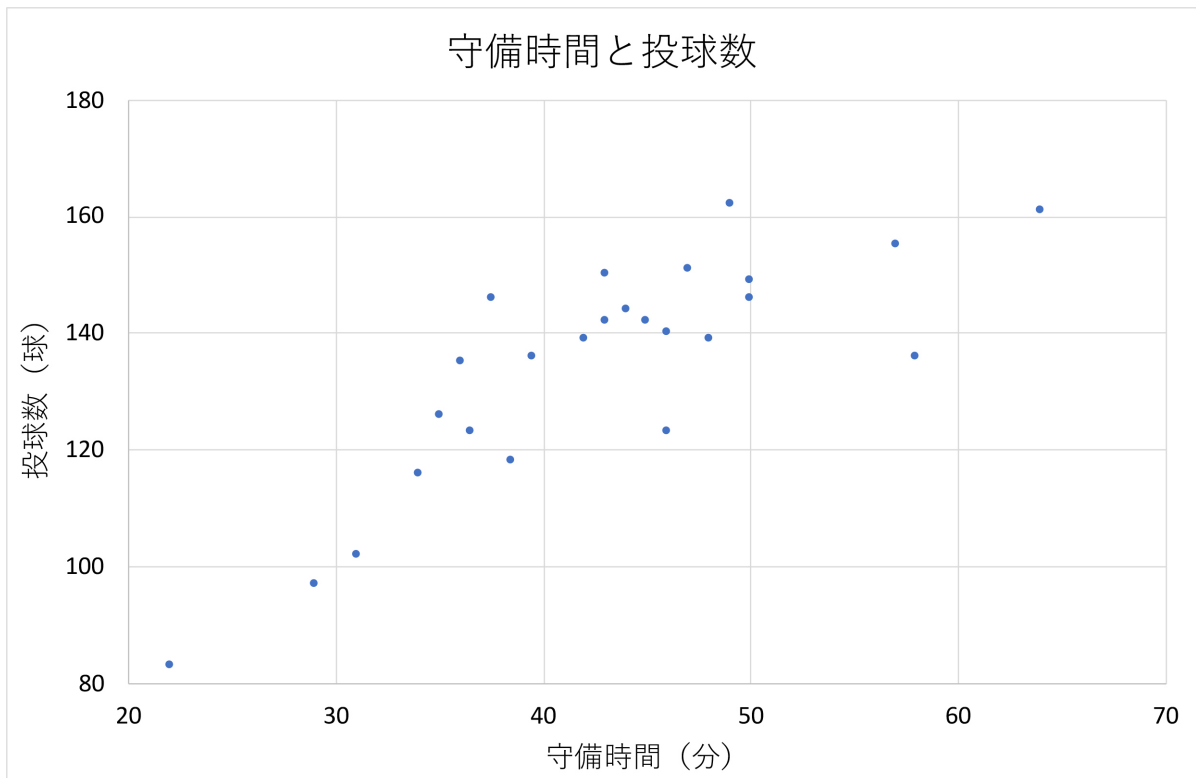
(5) 任意の正の実数 a, b について $g(\frac{a+b}{2}) \geq \frac{g(a)+g(b)}{2}$ を成り立たせる x の関数 $g(x)$ を一つ挙げて、その $g(x)$ が、実際に任意の正の実数 a, b について $g(\frac{a+b}{2}) \geq \frac{g(a)+g(b)}{2}$ を成り立たせることを証明せよ。ただし、上の (4) で示した $f(x) = -\frac{1}{x}$ 以外の x の関数を挙げること。

3.

本研究科では、スポーツ科学の研究も行っている。そこでは、野球選手の画像データや様々な計測機器のデータをもとに、選手の体調や癖を分析したりしている。もちろん計算機を使った画像解析やデータ分析もおこなっているが、統計学的な観点から考察を進めることもできる。下の(1)から(4)の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の欄に日本語で記せ。

(1) 野球では、投手の投げた球について、それがストライクと呼ばれるゾーンに入るか入らないかが重要である。一般には、頻繁にストライクのゾーンに入るように球を投げることのできる投手が優れているとされる。そこで、ある投手について、実際の投球データをもとにストライクに入った比率を調査し、その95%信頼区間を推定したい。このとき、信頼区間の幅を5%に収めるためには、何球以上観察しなければならないか、答えなさい。ただし、標準正規分布に従う統計量 Z について、95%信頼区間が $-1.96 \leq Z \leq 1.96$ となることを使ってよい。

(2) 高校野球は商業野球と異なり、試合時間に対する様々な調整が入ることが無いために、投球数や守備時間に関しては正規分布に従うと考えてよいとする。今、25試合を無作為に抽出し、投球数と分で計測した守備時間とをプロットした結果、下図を得た。守備時間は平均が42.84で標準偏差が9.463、投球数は平均が134.44で標準偏差が19.32、そして、投球数と守備時間の共分散は146.49であることが分かった。このとき、投球数と守備時間の相関係数を求めなさい。



(3) 投球数と守備時間に関して、(2)の25事例だけに関して言えば、どちらの方がより稀な事例を抜き出してきたと考えられるか。以下のアからオの選択肢の中から一つを選んで、その理由を述べよ。

ア：投球数の方が稀な事例を引いてきている

イ：守備時間の方が稀な事例を引いてきている

ウ：どちらの側面でも稀な事例ではない

エ：両方の側面で稀な事例である

オ：この25事例でいえることは何もない

(4) 続いて新しく26番目の事例を取ってくると、投球数が111球で守備時間が62分の事例であった。このとき、相関係数はどのように変化するかを簡単に述べ、この事例を踏まえて、データを扱うときどのような点に留意すべきかを述べよ。

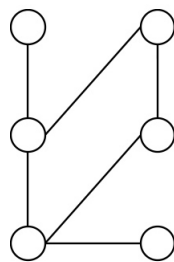
4.

下に示す (1) から (4) の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の欄に日本語で記せ。解答に至った過程も簡潔に記すこと。

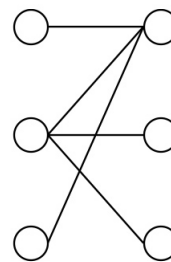
(1) I have four cabinets. I wish to paint each of them red, gold, and green. In how many ways can I paint my cabinets?

(2) There are five balls of different colors. I wish to arrange them in two different boxes in a way such that there is at least one ball in each box. In how many ways can I arrange my boxes?

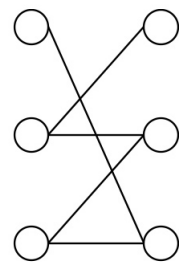
(3) 右の図A、図B、図Cは、いずれも6個の円を線分でつないで描かれた図である。これらの図のうち、6個の円の中に1から6までの自然数をちょうど1つずつうまく配置することによって、3で割った余りが同じである自然数どうしが必ず線分につながっているようにできる図は、どれか。すべて答えよ。



図A



図B



図C

(4) 下の図1において、線分ABの長さは8、線分ADの長さは6、線分BCと線分DCの長さは等しく、また、 $\angle BAD = 90^\circ$ 、 $\angle BCD = 120^\circ$ である。このとき線分ACの長さ x を求めよ。

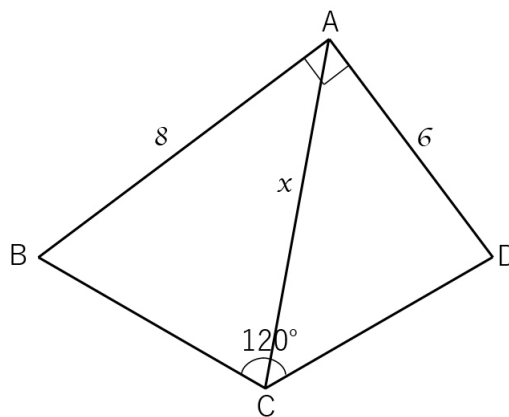


図1

5.

下に示す (1) と (2) の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の欄に日本語で記せ。

2018 年に PLOS ONE 誌上で発表された論文、Shao C, Hui P-M, Wang L, Jiang X, Flammini A, Menczer F, et al. (2018) Anatomy of an online misinformation network. PLoS ONE 13(4): e0196087. においては、以下の 3 つの研究・クエスチョンが扱われている。

1. How do the spread of misinformation and fact-checking compete?
2. What are the structural and dynamic characteristics of the core of the misinformation diffusion network, and who are its main purveyors?
3. How to reduce the overall amount of misinformation?

(注) purveyor : [情報を] 提供する人、[嘘などを] 言いふらす人

- (1) 上記 3 つの研究・クエスチョンそれぞれを日本語で全訳せよ。
- (2) 上記 3 つの研究・クエスチョンのうち 3. に対し、あなたならどのようにアプローチするか、400 字程度の日本語で説明せよ。

[以下、余白]