

試験実施日：2020年9月6日

2021年度

立教大学大学院人工知能科学研究科修士課程 入学試験

筆記試験問題

試験時間 120分

(オンライン)

1.

問 (i)~(vi) に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に日本語で記すこと。導出過程も簡潔に記すこと。

Let the function $f(n)$ be defined as

$$f(n) = \cos^2 \left(n! \frac{\pi}{\lambda} \right),$$

where n and λ are positive integers (greater than 0).

(i) Assuming $n \geq 1000$ and $42 \leq \lambda \leq 76$, determine $f(n)$.

(ii) Assuming λ_0 is a prime number, determine the smallest n such that

$$f(n) = \cos^2 \left(n! \frac{\pi}{\lambda_0} \right) = 1.$$

以下は架空の設定である。2100年、未知のウイルス X が世界中に蔓延し始めた。各国の感染者数は時間の経過とともに急増していった。 t を時間とした場合、A国、B国、C国の初期の感染者数はそれぞれ、関数 $g_1(t) = \gamma t$, $g_2(t) = 6\gamma t^2$, $g_3(t) = 5\gamma t^3$ でよく近似できた。ここで、 γ は正の定数、 $t \geq 0$ である。これらを

$$\mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \\ g_3(t) \end{bmatrix} = \gamma \begin{bmatrix} t \\ 6t^2 \\ 5t^3 \end{bmatrix}$$

のようにベクトルの形でまとめる。 $\mathbf{G}(t)$ は変数 t に応じて値が変化するベクトルであり、ウイルス X の感染者数を近似する数理モデルの一種である。この数理モデルに基づいて、次の問 (iii)~(vi) に答えよ。なお、(iv) と (vi) において、「変化率」は「単位時間当たりの感染者数の増加人数」を意味するものとする。

(iii) 時刻 $t = 1$ におけるベクトル $\mathbf{G}(t)$ の大きさを求めよ。

(iv) 時刻 $t = 1$ において感染者数の変化率が最も大きい国はどこと言えるか？理由を添えて答えよ。

(v) 時刻 $t = 0$ から $t = 2$ までの A、B、C の 3 か国の累積感染者数は

$$\int_0^2 (g_1(t) + g_2(t) + g_3(t)) dt$$

で与えられる。この値を求めよ。

(vi) D国の初期の感染者数が関数 $g(t) = \gamma(t^3 + at^2)$ でよく近似できたとする。ここで、 a は $a > 6$ を満たす定数である。「D国の初期の感染者数の変化率」が「A国、B国、C国の初期の感染者数の合計の変化率」を常に下回るための a の値の範囲を求めよ。

2.

問 (i), (ii) に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に日本語で記すこと。

(i) 図1に示すのは「史記」から引用した漢文である。レ点はその直下の字から、上へ1文字返るという記号である。つまり、左下にレ点のある字に差しかかったら、その字は読まずに飛ばして、1文字下の字を先に読んでから、左下にレ点のある字へ(確率1で) 返ったうえで読むということの意味する。「語不可不」の順に読むと「つげざるべからず」となり、「告げなくてはならない」という意味になる。

そこで、そのようなレ点を拡張し、図2のように、字を読む順番が確率的に決まるシステムを考える。矢印の始点から終点に向かって、添えられた確率に従って読む文字が決まる。たとえば、下から2番目の「不」の位置にいる場合、まず当該「不」を読んだ後、次に読む字は確率0.7で「語」、確率0.3で「可」である。このとき、「語」から出発し、3回だけ確率的に遷移したとき、「語不可不」の順にならない確率を求めよ。

不
レ
可
レ
不
レ
語

図1: 「語(つ)げざるべからず」(「史記」より引用)

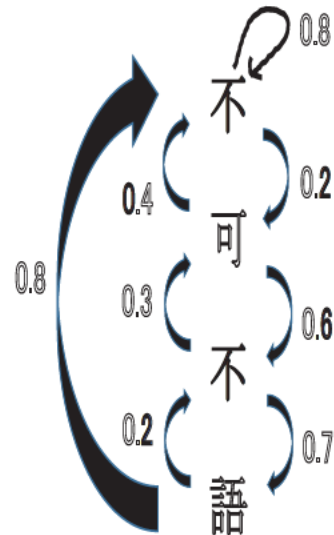


図2: レ点の確率版

(ii) 「すず」という名の女性は、「修造」という名の男性の行方を捜している。修造は、(A)尾道市の親戚の家、(B)南条家、(C)呉市の友達の家、(D)Evaの実家のいずれかに居ることが分かっている。以下では、簡単のため、上記4つの場所をA~Dで記載する。「すず」はA~Dのいずれか1つを捜先として選択しようとしている。

1. まず、「すず」はA~Dのうちの1つを選ぶ。それを x とする。
2. 次に、突如として現れた天使が、「すず」が選んだ x 以外の場所のうち、修造が居ない場所の1つを「すず」に教えてくれる。ここで、天使が教えてくれた情報は正しい。また、「すず」は天使が教えてくれた情報が正しいことを知っている。
3. その後、「すず」はA~Dを選び直すことができる。その結果として選んだ捜場所を y と書くことにする。「すず」が捜場所を変えなかった場合、 y は x を意味する。

このとき、「すず」さんは捜先を選び直した方がいいかどうかを知りたい。この状況を数学的に次のように定式化する。

X_1 を「すず」が最初に選択した捜場所 x に修造が居ることを表す確率変数、 X_2 を「すず」が2回目に選択した捜場所 y に修造が居ることを表す確率変数とする。確率変数 X_1 および X_2 は集合 $U = \{0, 1\}$ 上の値を取るものとし、0は「修造が居ないこと」、1は「修造が居ること」を表す。また、 Y を「すず」が捜場所を変更することを表す確率変数とする。確率変数 Y は集合 $V = \{0, 1\}$ 上の値を取るものとし、0は「捜場所を変更しないこと」、1は「捜場所を変更すること」を表す。このとき、2つの条件付き確率 $P(X_2 = 1 | Y = 0)$ と $P(X_2 = 1 | Y = 1)$ を計算し、「すず」さんは捜先を選び直した方がいいか否かを述べよ。導出過程も簡潔に記すこと。

(ヒント) S, T, V を整数値をとる確率変数とする。 $P(T = t | S = s)$ は、 $S = s$ という条件のもとで $T = t$ となる確率である。正の整数 N に対して $\sum_{v=1}^N P(V = v) = 1$ が成り立つとき、任意の整数 s, t に対して

$$P(T = t | S = s) = \sum_{v=1}^N P(T = t, V = v | S = s)$$

が成り立つ。

3.

問 (i)~(v) に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に日本語で記すこと。導出過程も簡潔に記すこと。

黒玉と白玉を無作為に横一列に並べたとき、同じ色のひと続きの並びの個数を r とする。たとえば、 $\bigcirc\bigcirc\bullet\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bullet\bullet$ の場合は $r = 4$ となる。いま、黒玉 100 個と白玉 100 個を無作為に横一列に並べて個数 r を調べる試行を考える。この試行を 10 回繰り返したところ、次のデータが得られた。

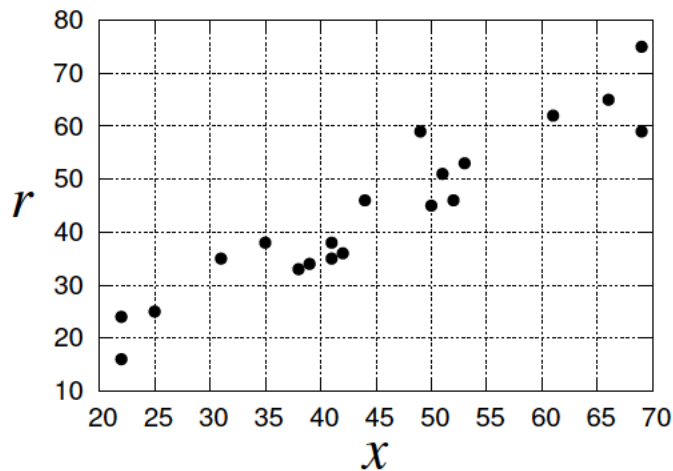
試行	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目	7回目	8回目	9回目	10回目
r	94	110	101	98	89	104	96	109	111	98

(i) r の平均値 \bar{r} を求めよ。

(ii) r の標準偏差 σ を求めよ。

(iii) r を表わす確率変数を R とする。 $Z = \frac{R - \bar{r}}{\sigma}$ が標準正規分布に従うとする。 R が η 以下になる確率が 5% であるとき、 η の値を求めよ。ただし、 $|Z| < 2.58$ になる確率は 99%、 $|Z| < 1.96$ になる確率は 95%、 $|Z| < 1.64$ になる確率は 90% とする。

次に、 x を無作為に決めて、黒玉 x 個と白玉 x 個を無作為に横一列に並べて個数 r を調べたところ、以下の散布図が得られた。



x と r の平均値、標準偏差および共分散を計算したところ、 x の平均値 $\bar{x} = 45$ 、 r の平均値 $\bar{r} = 46$ 、 x の標準偏差 $S_x = 14$ 、 r の標準偏差 $S_r = 15$ 、 x と r の共分散 $S_{xr} = 196$ となった。ただし、共分散とは x の偏差と r の偏差の積の平均値である。

(iv) x と r の相関係数の値を求めよ。

(v) x と r の間に $r - \bar{r} = \frac{S_{xr}}{S_x^2}(x - \bar{x})$ の関係式が成り立つとする。これを用いて、 $x = 100$ のときの r の値を求めよ。

4.

問 (i), (ii) に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記すこと。

International flights are almost cancelled for months, while you must go back to Japan from Los Angeles as soon as possible, with the following information.

There is a flight from Los Angeles to Taipei every Monday.

There is a flight from Los Angeles to Manila every Wednesday and every Sunday.

There is a flight from Los Angeles to Singapore every Tuesday.

There is no direct flight from Los Angeles to Bangkok.

There is no direct flight from Los Angeles to Narita.

There is a flight from Manila to Taipei every Wednesday and every Saturday.

There is a flight from Manila to Singapore every Monday and every Friday.

There is a flight from Manila to Bangkok every Tuesday and every Friday.

There is no direct flight between Manila and Narita.

There is a flight from Taipei to Manila every Friday.

There is a flight from Taipei to Singapore every Thursday.

There is a flight from Taipei to Bangkok every Tuesday and Saturday.

There is no direct flight between Taipei and Narita.

There is a flight from Singapore to Taipei every Wednesday.

There is a flight from Singapore to Bangkok every Tuesday.

There is a flight from Singapore to Narita every Friday.

There is a flight from Bangkok to Manila every Thursday.

There is a flight from Bangkok to Singapore every Tuesday and Saturday.

There is a flight from Bangkok to Narita every Monday and Thursday.

Any flight from Los Angeles to an Asian city arrives at the destination on the next day of the departure. Any flight from an Asian city arrives at an Asian destination on the same day as the departure. You can transit from a flight to a connection flight on the same day at each airport. Due to political concerns, you consider only the flights and the airports appearing above.

(i) Draw a route graph with nodes of the cities and operation day(s) on the directed edges.

(ii) It is Saturday. How many days does the fastest way take to arrive at Narita? How many possible fastest ways are there?

5.

次の文を読み、指示に従い解答を解答用紙の所定欄(1行は20字)に日本語で400字以内で記せ。

[Blank response area consisting of 12 horizontal bars for writing the answer.]

【出典】 <https://www.microsoft.com/en-us/research/wp-content/uploads/2017/03/SSRN-id2886526.pdf>

Describe a concrete example of biases and inaccuracies concerning social data, and its societal concerns.